



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

Projekt współfinansowany przez  
Unię Europejską w ramach  
Europejskiego Funduszu  
Społecznego

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



<b>Nazwa przedmiotu</b>		<b>Kod ECTS</b>	
Elementy algebry liniowej i geometrii analitycznej		11.1.0194	
<b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>			
Instytut Matematyki			
<b>Studia</b>			
<b>wydział</b>	<b>kierunek</b>	<b>poziom</b>	<b>pierwszego stopnia</b>
Wydział Oceanografii i Geografii	Oceanografia	<b>forma</b>	stacjonarne
		<b>moduł specjalnościowy</b>	oceanografia fizyczna
		<b>specjalizacja</b>	wszystkie
<b>Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących)</b>			
dr Jolanta Wesołowska			
<b>Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin</b>		<b>Liczba punktów ECTS</b>	
<b>Formy zajęć</b>		6	
Wykład, Ćw. audytoryjne		Zajęcia wymagające bezpośredniego udziału nauczyciela akademickiego	
<b>Sposób realizacji zajęć</b>		Liczba punktów ECTS: 3,5	
zajęcia w sali dydaktycznej		Łączna liczba godzin: 96	
<b>Liczba godzin</b>		- udział w wykładach: 45	
Ćw. audytoryjne: 45 godz., Wykład: 45 godz.		- udział w ćwiczeniach: 45	
		- udział w egzaminie/zaliczeniu: 2	
		- udział w konsultacjach: 4	
		Praca własna studenta	
		Liczba punktów ECTS: 2,5	
		Łączna liczba godzin: 70	
		- przygotowanie do egzaminu/zaliczenia: 50	
		- zajęcia o charakterze praktycznym: 20	
<b>Cykl dydaktyczny</b>			
2016/2017 letni			
<b>Status przedmiotu</b>		<b>Język wykładowy</b>	
obowiązkowy		polski	
<b>Metody dydaktyczne</b>		<b>Forma i sposób zaliczenia oraz podstawowe kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- wykład z prezentacją multimedialną</li> <li>- ćwiczenia audytoryjne - dyskusja</li> <li>- ćwiczenia audytoryjne - praca w grupach</li> <li>- ćwiczenia audytoryjne - rozwiązywanie zadań</li> </ul>		<b>Sposób zaliczenia</b>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Egzamin</li> <li>- Zaliczenie na ocenę</li> </ul>	
		<b>Formy zaliczenia</b>	
		Wykład - egzamin pisemny z pytaniami (zadaniami) otwartymi Ćwiczenia - kolokwium pisemne - sprawdziany wiedzy teoretycznej - ustalenie oceny zaliczeniowej na podstawie ocen cząstkowych otrzymanywanych w trakcie trwania semestru	
		<b>Podstawowe kryteria oceny</b>	

Wykład: zaliczenie przedmiotu na podstawie wyników egzaminu pisemnego z zadaniami otwartymi z zakresu określonego w efektach kształcenia  
Ćwiczenia: zaliczenie ćwiczeń na podstawie wyników uzyskanych łącznie z kolokwiami i sprawdzianów wiedzy teoretycznej z zakresu określonego w efektach kształcenia

**Sposób weryfikacji założonych efektów kształcenia****Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi****A. Wymagania formalne**

Matematyka dla oceanografów

**B. Wymagania wstępne**

Podstawowe wiadomości o funkcjach elementarnych i metodach ich badania z wykorzystaniem pochodnej

**Cele kształcenia**

Zapoznanie studentów z zagadnieniami z zakresu algebry oraz geometrii analitycznej, które znajdują ważne zastosowania w naukach przyrodniczych.

**Treści programowe**

## A. Problematyka wykładu

A.1. Wybrane struktury algebraiczne – grupy, pierścienie, ciała. Definicje i przykłady.

A.2. Zbiór liczb zespolonych. Część rzeczywista, część urojona, moduł, sprzężenie i argument liczby zespolonej. Działania na liczbach zespolonych. Postać trygonometryczna liczby zespolonej. Wzór de Moivre'a; wzór na pierwiastki  $n$ -tego stopnia z liczby zespolonej

A.3. Macierze. Działania na macierzach. Wyznacznik macierzy. Rozwinięcie Laplace'a. Własności wyznaczników. Macierz odwrotna. Minor. Rząd macierzy.

A. 4. Układ równań liniowych. Macierz podstawowa i rozszerzona układu równań. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Twierdzenie Craméra

A.5. Przestrzenie liniowe. Podprzestrzeń liniowa. Liniowa niezależność układu wektorów. Baza. Rozwinięcie wektora względem bazy. Macierz zmiany bazy.

A.6. Odwzorowania liniowe. Macierz odwzorowania. Działania na przekształceniach liniowych. Wektory i wartości własne.

A.7. Wektory i ich współrzędne na płaszczyźnie i w przestrzeni. Kąt między wektorami. Iloczyn skalarny. Iloczyn wektorowy. Iloczyn mieszany.

A.8. Prosta na płaszczyźnie i w przestrzeni. Równanie kierunkowe i równanie ogólne prostej na płaszczyźnie. Równanie parametryczne prostej. Odległość punktu od prostej. Wzajemne położenie prostych.

A.9. Równanie płaszczyzny. Równanie normalne płaszczyzny. Odległość punktu od płaszczyzny. Równanie ogólne płaszczyzny. Płaszczyzna przechodząca przez trzy dane punkty. Wzajemne położenie płaszczyzn. Prosta i płaszczyzna

A.10. Krzywa na płaszczyźnie. Krzywe stopnia drugiego. Okrąg. Elipsa. Hiperbola. Parabola. Równania parametryczne krzywej.

A.11. Powierzchnia i krzywa w przestrzeni. Równanie parametryczne. Powierzchnie stopnia drugiego. Powierzchnie obrotowe. Elipsoida.

Hiperboloida jednopowłokowa i dwupowłokowa. Paraboloida eliptyczna i hiperboliczna. Powierzchnie prostokątne. Powierzchnie walcowe.

Położenie powierzchni względem prostej. Przekroje płaskie powierzchni. Płaszczyzna styczna do powierzchni.

## B. Problematyka ćwiczeń

B.1. Wybrane struktury algebraiczne – grupy, pierścienie, ciała. Konstruowanie przykładów i dowodzenie własności.

B.2. Zbiór liczb zespolonych. Rozwiązywanie zadań dotyczących działań na liczbach zespolonych.

B.3. Macierze. Działania na macierzach. Obliczanie wyznacznika macierzy, wyznaczanie macierzy odwrotnej i rzędu macierzy.

B. 4. Układ równań liniowych. Rozwiązywanie układów równań metodą eliminacji Gaussa i za pomocą wzorów Cramera. Zastosowanie twierdzenia Kroneckera-Capellego.

B.5. Przestrzenie liniowe. Przykłady. Badanie liniowej niezależności wektorów, wyznaczanie bazy przestrzeni liniowej oraz współrzędnych wektora w bazie.

B.6. Odwzorowania liniowe. Przykłady. Wyznaczanie macierzy odwzorowania liniowego. Działania na przekształceniach liniowych. Wyznaczanie wektorów i wartości własnych.

B.7. Wektory i ich współrzędne na płaszczyźnie i w przestrzeni. Wyznaczanie kąta między wektorami. Obliczanie iloczynu skalarnego, wektorowego i mieszanego, wykorzystywanie ich własności w zadaniach.

B.8. Prosta na płaszczyźnie i w przestrzeni. Wyznaczanie równania kierunkowego, ogólnego i parametrycznego prostej. Badanie wzajemnego położenia prostych.

B.9. Równanie płaszczyzny. Wyznaczanie równania. Badanie wzajemnego położenia płaszczyzn oraz płaszczyzny i prostej.

B.10. Krzywa na płaszczyźnie. Krzywe stopnia drugiego. Okrąg. Elipsa. Hiperbola. Parabola. Równania parametryczne krzywej. Przykłady i rozwiązywanie zadań.

B.11. Powierzchnia i krzywa w przestrzeni. Równanie parametryczne. Powierzchnie stopnia drugiego. Przykłady i rozwiązywanie zadań.

Wyznaczanie prostej i płaszczyzny stycznej do powierzchni. Wyznaczanie normalnej do powierzchni.

**Wykaz literatury**

A. Literatura wymagana do ostatecznego zaliczenia zajęć (zdania egzaminu):

A.1. wykorzystywana podczas zajęć

1. E. Kącki, D. Sadowska, L. Siewierski, Geometria analityczna w zadaniach, PWN Warszawa 1975

2. G. Kwiecińska, Matematyka cz. I, Algebra liniowa, Wydawnictwo UG 2001

A.2. studiowana samodzielnie przez studenta

1. H. Arodź, K. Rościszewski, Algebra i geometria analityczna w zadaniach, Wydawnictwo Znak, Kraków 2005
2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej I, II, WNT Warszawa 2002
3. T. Jurliewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Oficyna Wydawnicza GiS 2009
4. T. Jurliewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna, Oficyna Wydawnicza GiS 2009

B. Literatura uzupełniająca

1. F. Leja, Geometria analityczna, PWN 1969.
2. A. I. Kostykin, J. I. Manin, Algebra liniowa z geometrią, PWN 1993.
4. I. M. Gelfand, Wykłady z algebry liniowej, PWN 1977.
5. A. Mostowski, M. Stark, Algebra liniowa, PWN 1976.

### Efekty kształcenia (obszarowe i kierunkowe)

[Kod efektu kształcenia dla modułu, odniesienie do efektów kształcenia dla kierunku (stopień realizacji)] Opis efektu kształcenia; sposób weryfikacji

### Wiedza

1. [W\_1, K\_W01++] Dysponuje uporządkowaną wiedzą z zakresu matematyki niezbędną dla zrozumienia podstawowych zjawisk i procesów zachodzących w środowisku wodnym: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; egzamin pisemny
2. [W\_2, K\_W05+++, K\_W06+, K\_W08++, K\_W14+] Zna i rozumie znaczenie matematycznych metod badawczych właściwych dla oceanografii oraz wyjaśnia zasady ich stosowania: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; egzamin pisemny
3. [W\_3, K\_W12++, K\_W13+++, K\_W18+, K\_W02+, K\_W07+, K\_W09+] Zna i potrafi dokonać wyboru odpowiednich narzędzi z zakresu matematyki oraz interpretacji podstawowych formuł matematycznych, a także dokonywania obliczeń do opisu i interpretacji zjawisk zachodzących w środowisku morskim : A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; egzamin pisemny

### Umiejętności

1. [U\_1, K\_U10+++, K\_U06++, K\_U07++] Potrafi odpowiednio wybrać i posługiwać się podstawowymi matematycznymi metodami do analizy danych i opisu zjawisk i procesów zachodzących w środowisku morskim: B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; kolokwium pisemne
2. [U\_2, K\_U03++, K\_U05+, K\_U08++, K\_U09++, K\_U18++] Umie samodzielnie zdobywać wiedzę, posługując się w sposób krytyczny informacjami zaczerpniętymi z różnych źródeł: B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; kolokwium pisemne / sprawdziany wiedzy teoretycznej
3. [U\_3, K\_U13++, K\_U14+, K\_U16+] Posiada umiejętność poprawnego wnioskowania i prezentacji wyników uzyskanych na podstawie danych pochodzących z różnych źródeł, z zastosowaniem obowiązującej terminologii naukowej: B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11; kolokwium pisemne
4. [U\_4, K\_U11+] Potrafi samodzielnie korzystać z pakietów oprogramowania użytkowego wykorzystywanych w oceanografii
5. [U\_5, K\_U02+, K\_U17+] Czyta ze zrozumieniem nieskomplikowane teksty naukowe w języku angielskim. Potrafi komunikować się w języku angielskim z zastosowaniem podstawowej profesjonalnej terminologii

### Kompetencje społeczne (postawy)

1. [K\_1, K\_K01+] Zna ograniczenia własnej wiedzy, rozumie potrzebę ciągłego dokształcania się i doskonalenia zawodowego
2. [K\_2, K\_K02+] Jest otwarty na nowe idee i gotowy do zmiany swojego stanowiska
3. [K\_3, K\_K06+] Jest gotowy do podejmowania wyzwań zawodowych stawianych przez przełożonego; wykazuje aktywność i odznacza się wytrwałością oraz terminowością w realizacji indywidualnych i zespołowych działań
4. [K\_4, K\_K09+] Jest świadomy znaczenia profesjonalizmu w swoich działaniach
5. [K\_5, K\_K10++] Ma świadomość konieczności podnoszenia kwalifikacji zawodowych
6. [K\_6, K\_K14++] Rozumie potrzebę ciągłego aktualizowania wiedzy
7. [K\_7, K\_K15++] Rozumie potrzebę stawiania pytań i zadań służących pogłębianiu wiedzy
8. [K\_8, K\_K16+] Potrafi wykorzystywać posiadane kwalifikacje do działań związanych z realizacją zadań zawodowych

## Kontakt

[jwes@mat.ug.edu.pl](mailto:jwes@mat.ug.edu.pl)